2. Дырда В.И., Чижик Е.Ф. Резиновые детали в машиностроении. – Днепропетровск: Полиграфист, 2000. – 586 с.
3. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: 1958. – 562 с.
4. Василенко Н.В. Влияние формы петли гистерезиса на характеристики колебательного движения // Вопросы рассеяния энергии при колебаниях упругих систем. – К.: 1962. – С. 36-38.
5. Сорокин Е.С. Обзор работ ЦНИИСК АСА СССР по изучению внутреннего трения в материалах и конструкциях // Вопросы рассеяния энергии при колебаниях упругих систем. – К.: 1962. – С. 19-27.
6. Шолин М.К., Дырда В.И. Выбор параметров и расчет системы виброизоляции тяжелых горно-обогатительных машин // Геотехническая механика. – 2002. – Вып. 39. – С. 106-119.
7. Шолин М.К. Прогнозирование долговечности металлорезиновых цилиндрических виброизоляторов // Геотехническая механика. – 2002. –Вып. 39.– С. 34-57.
8. Заключение о техническом состоянии строительных конструкций, рекомендации и технические решения по усилению поврежденных конструкций, паспорт технического состояния корпуса обжига и окомкования ЦПО-2 ОАО «Сев.ГОК», г. Кривой Рог: Отчет о НИР (заключительный) / КП «Харьковский Промстройпроект». – Харьков. – 2000. – Том 2 (договор № 2911 от 15.12.1999 г.).
9. ГОСТ 9.713-86. Резины. Метод прогнозирования изменения свойств при термическом старении; Введен 01.01.88. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 8 с.
10. ГОСТ 12.1.012-90. ССБТ. Вибрационная безопасность. Общие требования; Введен 01.01.92. – М.: Госстандарт, 1990. – 46 с.

УДК 622.73:621.926.002.75

Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е.,
Шолин М.К.

ОСОБЕННОСТИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ МЕТАЛЛОРЕЗИНОВЫХ СИСТЕМ

Розглядаються особливості розрахунку металевогумових систем при їх квазістатичному навантаженні.

FEATURES OF QUASISTATIC CALCULATIONS OF METAL-RUBBER SYSTEMS

The features of calculation of metal-rubber systems are considered at their quasistatic stressing.

1 ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ В ОБЩЕМ ВИДЕ И ЕЕ СВЯЗЬ С ВАЖНЫМИ НАУЧНЫМИ ЗАДАЧАМИ

В последние годы благодаря новым технологиям присоединения резины к металлу (в основном благодаря новым решениям в области очистки металла и клеям «Хемосил») прочность связи резина-металл существенно повысилась. Это важное обстоятельство обусловило более широкое применение металлорезиновых систем в общем машиностроении в качестве силовых элементов: упругие связи в вибрационных машинах, демпферы и виброизоляторы, компенсаторы переко-

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

сов, вязкоупругие элементы для поглощения вредных колебаний (высшие гармоники), вибраций и звукового давления в широком диапазоне частот и т.д. [1-23]. При квазистатических расчетах таких систем возникают некоторые важные особенности учета положения на торцах.

Работа относится к проблеме повышения долговечности, надежности и безопасного функционирования тяжелых горно-обогатительных машин и оборудования и связана со следующей госбюджетной темой, выполняемой в институте геотехнической механики НАН Украины.

Тема «Методи забезпечення безпеки і надійності складних гірничих людино-машинних систем потенційно високого ступеню ризику», реєстраційний № 0101U001266.

2 АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Как известно, механические свойства резиновых деталей существенно отличаются от механических свойств резины. Причиной является, так называемый, фактор формы или положение на торцах. При сжатии резиновой детали сила трения между торцами и примыкающей арматурой (плиты пресса, чашки-детали, приклеенные или привулканизованные металлические пластины) может быть настолько значительной, что касательные усилия, возникающие на поверхности контакта, делают расширение торцов резиновой детали невозможным. Вследствие этого размер торцов остается неизменным, часть боковой поверхности резиновой детали приходит в соприкосновение с металлической арматурой и происходит как бы ужесточение детали. На такой эффект впервые обратил внимание Гебель [10] и предложил оценивать величину его влияния на жесткость изделий, так называемым, фактором формы. Для цилиндрических деталей фактор формы будет равен

$$\Phi = \frac{\pi Д^2}{4\pi Дh} = \frac{Д}{h} ,$$

для деталей прямоугольной формы

$$\Phi = \frac{ab}{2(a+b)\cdot h},$$

где $Д$ – диаметр цилиндра;

h – высота;

a и b – стороны прямоугольного основания детали.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Потураев В.Н. [4] подробно исследовал влияние фактора формы при одноосном сжатии и привел большой экспериментальный материал, а также дал обзор исследований до 1966 года. Некоторые результаты из этих исследований приводятся и в настоящей статье. В дальнейшем мы будем использовать термин «коэффициент ужесточения», как это приняли В.Л. Бидерман, Э.Э. Лавендел и другие. В оригинальном материале вводится понятие универсального конструктивно-деформационного параметра β.

Ниже приводятся известные расчетные и эмпирические формулы для определения коэффициентов ужесточения сплошных цилиндрических резинометаллических виброизоляторов.

При осевом нагружении, для малых (до 20 %) деформаций в предположении несжимаемости материала и использования гипотезы плоских сечений, получены следующие зависимости для коэффициента ужесточения.

В.Л. Бидерман при использовании вариационного метода, использующего принцип минимума потенциальной энергии, получил выражение [5]

$$\beta_{0n} = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{\sqrt{6}} \cdot \mathrm{th}\frac{\sqrt{6}}{\rho}}.$$

Формула Э.Э. Лавендела, полученная методом разрешающих функций при использовании аппарата математической теории упругости, разработанной для несжимаемых материалов, имеет вид [6]

$$\beta_{0n} = 0{,}667 + 0{,}5\rho^2.$$

Решение С.И. Дымникова с использованием метода среднеквадратической ошибки [7]

$$\beta_{0n} = 1 + \frac{\pi^2}{24}\rho^2.$$

Известные также эмпирические зависимости Е.Т. Григорьева и Пейна [11]

$$\beta_{0n} = 1 + 0{,}5\rho^2 \cdot m,$$

$$\beta_{0n} = 1 + 0{,}413\rho^2,$$

где m – эмпирический коэффициент, зависящий от вида соединения резинового элемента с арматурой.

Если резина привулканизована к арматуре, то $m = 4{,}67$. Величина $0{,}5\rho$ представляет собой отношение площади опорной поверхно-

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

сти πR^2 к площади свободной поверхности резинового элемента $2\pi RH$.

Для коэффициента жесткости сплошных, а также полых цилиндрических резинометаллических элементов с использованием точных методов построены справочные таблицы [12], которые при сравнении с экспериментальными данными дают наименьшую погрешность, при этом для низких элементов $y_0 = 2h/R \le 0{,}1$ с погрешностью не выше 15 % может быть использована формула [3]

$$\beta_{0n} = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)+15{,}42\nu(1-\nu)y_0^2}.$$

При одноосном сжатии и с учетом краевого эффекта для больших деформаций связь между нагрузкой и деформацией имеет вид [5]

$$\frac{P}{GF} = \left(\frac{1}{\lambda^2} - \lambda\right)\cdot \beta_{0n}, \quad \lambda = 1 - \frac{\Delta z}{H},$$

β_{0n} определено вышеприведенными формулами.

3 НЕРЕШЕННЫЕ ЗАДАЧИ ОБЩЕЙ ПРОБЛЕМЫ

В цитируемой литературе изложены результаты существующих исследований фактора формы и алгоритмы для определения положения на торцах. Однако в них отсутствует алгоритм, который учитывал бы торцевой эффект с помощью универсального параметра, определяемого с учетом последних достижений в области теории вязкоупругости [3, 18, 21, 23].

4 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ФОРМУЛИРОВКА ЦЕЛИ

Целью настоящей статьи является расчет коэффициентов жесткости, максимальной температуры диссипативного разогрева и долговечности металлорезиновых систем базовых форм при длительном циклическом нагружении с учетом эффектов физической нелинейности и в зависимости от конструкционных особенностей элементов. Интервал исследуемых частот 0-100 Гц, диапазон изменения амплитуд деформаций: 0÷10 % при сжатии; 0÷20 % при сдвиге.

В статье приведен расчет жесткостных и диссипативных параметров элементов при произвольном комбинированном нагружении сдвиг-сжатие.

В основе расчетов лежит введение универсального конструктивно-деформационного параметра β, который позволяет установить параметры жесткости, температуры диссипативного разогрева и дол-

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

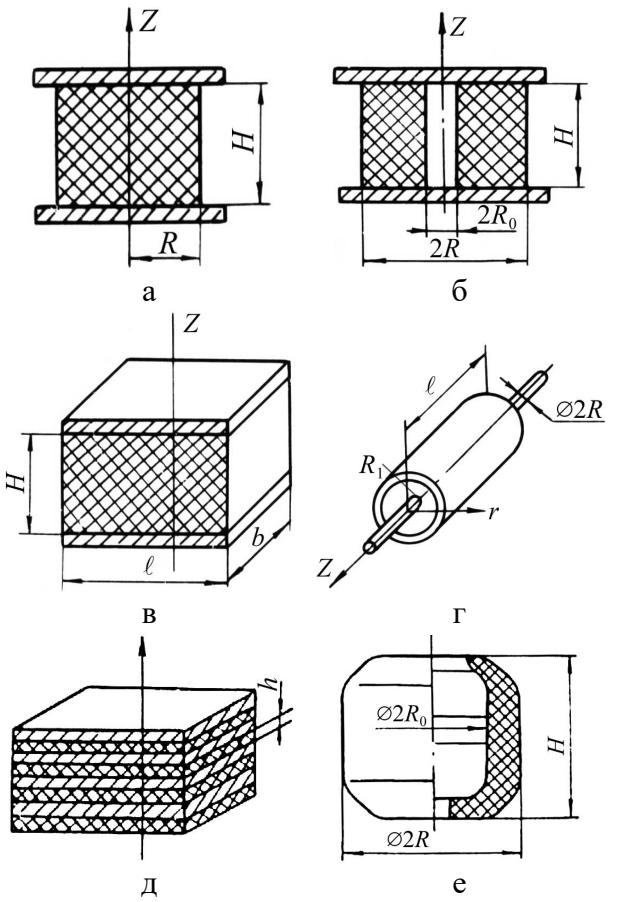
говечности для элементов разной конфигурации, выполненных из наполненных резин, с учетом эффектов физической нелинейности.

В качестве основных концепций при получении приближенных соотношений приняты основные положения нелинейной теории вязкоупругости, разработанные В.Г. Карнауховым и И.К. Сенченковым [3], а также энергетический подход к анализу процессов разрушения элементов разработанный В.И. Дырдой [2]. Использованы также основополагающие работы В.Н. Потураева, В.Л. Бидермана, Э.Э. Лавендела, С.И. Дымникова, И.И. Круша, А. Пайна [4-9].

5 ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА ИССЛЕДОВАНИЙ

Металлорезиновые системы и резиновые детали в значительной степени определяют работоспособность вибрационных машин, поэтому необходима достоверная информация об их жесткостных и диссипативных характеристиках в широком диапазоне изменения параметров гармонического нагружения.

Несмотря на разнообразие конструктивных форм металлорезиновых систем резиновых деталей, силовые элементы базируются на двух основных формах: прямоугольной призматической и цилиндрической (рисунок 1). Основные виды нагружения: сдвиг, сжатие, комбинированный сдвиг со сжатием при длительном циклическом нагружении. Диапазоны гармонического нагружения: частоты (0÷100) Гц; амплитуды (0÷20) мм. Предварительное статическое нагружение от 3 до 15 % [1, 2]. Используются наполненные резины на основе синтетических каучуков, содержащие от 5 до 50-60 массовых частей технического углерода. Такие ре-



а – сплошной резинометаллический цилиндр; б – полый резинометаллический цилиндр; в – призматический резинометаллический элемент; г – резинометаллический шарнир; д – слоистый элемент; е – элемент со сложной формой свободной поверхности ВР

Рис. 1 – Схемы металлорезиновых систем и резинового элемента типа ВР

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

зины демонстрируют при гармоническом нагружении эффекты физической нелинейности в области малых деформаций, проявляющиеся в зависимости динамических характеристик материала от амплитуд напряжений и деформаций [3].

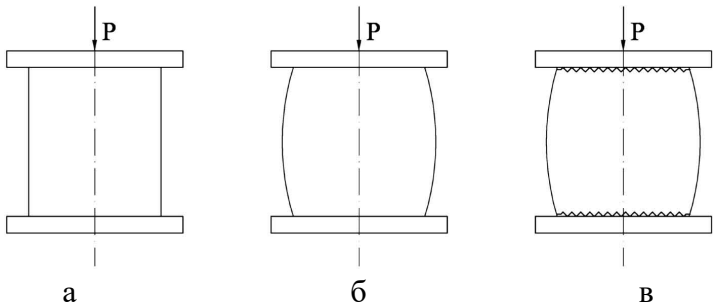


Рис. 2 – Форма свободной поверхности сплошного цилиндра при различных вариантах квазистатического сжатия силой *P*

5.1 Экспериментальные исследования

Исследования эффектов на торцах проводилось на сплошных резиновых и резинометаллических деталях цилиндрической формы, диаметром 100 мм и высотой 100 мм, изготовленных из серийной средненаполненной резины марка 2959 (на НК, 45 масс.ч технического углерода). Детали подвергались монофазному сжатию на механическом стенде со скоростью нагружения 0,002 м/с; часть экспериментов проводилась на установке типа «Instron» модели 1126. При исследованиях фиксировались механические характеристики резины (в основном условно-равновесное усилие P_∞ и деформация ε) и геометрическая форма свободной поверхности образцов. Исследованию подлежали резиновые и резинометаллические цилиндрические элементы при следующих вариантах присоединения резины и металлической арматуры:

- вариант *а* (рис. 2, а); металлическая арматура (высокий класс чистоты поверхности, хонингование с ручной доводкой) была смазана силиконовой смазкой или разделительной смазкой фирмы Münch; в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность оставалась цилиндрической;
- вариант *б* (рис. 2, б); металлическая арматура присоединялась к резиновому массиву в процессе вулканизации (или приклеивалась клеем «Хемосил»); в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность принимала бочкообразную форму;
- вариант *в* (рис. 2, в); между металлической арматурой и резиновым элементом размещалась наждачная бумага; в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность также принимала бочкообразную форму.

Объяснение этому эффекту дано выше.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

5.2 Общие теоретические предпосылки

Металлорезиновые системы и резиновые детали машин представляют собой достаточно массивные элементы, выполненные из наполненных резин, в связи с чем, их жесткостные и диссипативные параметры определяются в результате решения связанной задачи нелинейной термовязкоупругости.

Методика расчета жесткостных и диссипативных параметров элементов строится в результате осуществления следующих этапов исследований:

- решение связанной задачи нелинейной термовязкоупругости применительно к заданным конфигурациям элементов с целью определения их характеристик в определенном диапазоне изменения геометрических размеров, частот и амплитуд нагружения;
- выбор наиболее удобных для исследований механических характеристик, через которые достаточно просто могут быть выражены жесткостные и диссипативные параметры элементов;
- анализ и выявление закономерностей термомеханического поведения выбранных характеристик в зависимости от геометрических параметров элементов и условий нагружения;
- построение приближенных соотношений для расчета жесткостных и диссипативных характеристик элементов путем использования установленных закономерностей; оценка их точности;
- построение расчетных формул для определения максимальной температуры диссипативного разогрева и оценки локальной долговечности элементов на базе полученных приближенных соотношений;
- обобщение полученных результатов на системы элементов и элементы произвольной конфигурации.

Ниже последовательно излагаются основные положения и предпосылки, необходимые для реализации указанных этапов исследования.

При теоретических исследованиях резиновые детали рассматриваются как изотропные нелинейно-вязкоупругие тела в форме призмы прямоугольного сечения $|x| \le \ell$, $|y| \le h$ и цилиндра $R_0 \le r \le R$, $|z| \le h$ подверженные кинематическому возбуждению по торцам $y,z=\pm h$. Боковые поверхности свободны от нагрузки. На поверхности элементов осуществляется теплообмен по закону Ньютона.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Для указанных условий нагружения в элементах реализуется простое (монофазное) деформированное состояние [3] и расчетная схема имеет тот же вид, что и в линейной вязкоупругости

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 0, \quad c\dot{\theta} = k(\theta_{,i})_{,i} + \overline{D}', \tag{1}$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{G}\left(\tilde{\varepsilon}_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\tilde{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij}\right), \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\tilde{u}_{ij} + \tilde{u}_{ji}\right), \tag{2}$$

$$\overline{D}' = \frac{\omega}{2}\left(\sigma''_{ij}\varepsilon'_{ij} - \sigma'_{ij}\varepsilon''_{ij}\right), \quad i, j = 1,2,3, \tag{3}$$

где $(\tilde{\cdot}) = (\cdot)' + i(\cdot)''$ – комплексная амплитуда;

c и k – коэффициенты объемной теплоемкости и теплопроводности;

$\tilde{G}$ и ν – модуль сдвига и коэффициент Пуассона;

$\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{u}_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и перемещений;

ω – частота нагружения.

Нагружение характеризуется следующими граничными условиями:

для призматических элементов сжатия

$$\begin{aligned} &\tilde{u}_y = u_{0y}, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = \pm h: \\ &\tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm\ell; \end{aligned} \tag{4}$$

для призматических элементов сдвига

$$\begin{aligned} &\tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = u_{0x}, \quad y = \pm h, \\ &\tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm\ell; \end{aligned} \tag{5}$$

для цилиндрических элементов сдвига

$$\begin{aligned} &\tilde{u}_z = \pm u_{0z}, \quad \tilde{u}_r = 0, \quad z = \pm h, \\ &\tilde{\sigma}_r = 0, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = 0, \quad r \in [R_0, R]; \end{aligned} \tag{6}$$

для цилиндрических элементов при сдвиге вдоль оси

$$\begin{aligned} &\tilde{u}_{rr} = u_{ox}\cos\theta, \quad \tilde{u}_{\theta\theta} = -u_{ox}\sin\theta, \quad u_{zz} = 0 \qquad z = h \\ &u_{rr} = \tilde{u}_{\theta\theta} = \tilde{u}_{zz} = 0, \qquad z = -h \\ &\tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{\sigma}_{rr} = \tilde{\sigma}_{r\theta} = 0, \qquad r \in [R_0, R] \end{aligned} \tag{7}$$

Комбинированное нагружение сжатие-сдвиг призматических элементов в общем случае описывается граничными условиями:

$$\begin{aligned} &\tilde{u}_y = u_{0y}\cos\varphi, \quad \tilde{u}_x = u_{0x}\sin\varphi, \quad y = 2h, \\ &\tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = 0, \\ &\tilde{\sigma}_{xx} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{yy} = 0, \quad x = \pm\ell, \\ &u_{0i} = u'_{0i}\cos\omega t - u''_{0i}\sin\omega t = |u_{0i}|\cos(\omega t + \varphi_{0i}) \end{aligned} \tag{8}$$

где φ_{0i} – фазы колебаний, $i = x,y$.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Аналогичные граничные условия имеют место для цилиндрических элементов.

Тепловые граничные условия имеют вид:
для призматических элементов

$$\begin{aligned} &\theta_{,x} \pm \alpha_1 k^{-1}(\theta - \theta_c) = 0, \quad y = \pm h, \\ &\theta_{,y} \pm \alpha_2 k^{-1}(\theta - \theta_c) = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \tag{9}$$

для цилиндрических элементов

$$\begin{aligned} &\theta_{,z} \pm \alpha_1 k^{-1}(\theta - \theta_c) = 0, \quad z = \pm h, \\ &\theta_{,r} \pm \alpha_2 k^{-1}(\theta - \theta_c) = 0, \quad r \in [R_0, R]. \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи. Начальное распределение температуры дается равенством

$$\theta(x_i, 0) = \theta_0(x_i). \tag{11}$$

В принятых соотношениях $\theta_0(\vec{x}, t), \tilde{u}_{0i}(\vec{x}, t)$ – медленно изменяющиеся функции времени и амплитуд.

Зависимость комплексного модуля сдвига от температуры, частоты и амплитуды деформации на основании экспериментальных данных [3, 8, 13] имеет вид

$$\tilde{G} = \tilde{G}(\omega, \theta, e) = G_L^{',''}(\omega, \theta) F^{',''}(e), \tag{12}$$

где $G_L^{',''}(\omega, \theta)$ – модули сдвига линейной теории вязкоупругости, отвечающие очень малым деформациям $\varepsilon = 0{,}5$ % [2, 3, 13];

e – интенсивность амплитуды девиатора деформации;

$$e = \left(e'_{ij} \cdot e'_{ij} + e''_{ij} \cdot e''_{ij}\right)^{1/2},$$

$$\tilde{e}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon_{kk}\delta_{ij}, \quad \left|\tilde{\varepsilon}\right| = \left(\varepsilon'^2_{ij} + \varepsilon''^2_{ij}\right)^{1/2}, \quad \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_{kk};$$

$F^{',''}$ – функции, удовлетворяющие условиям $F'(0) = F''(0) = 1$.

Объемное поведение материала моделируется гипотезой $\tilde{\nu} = \nu' = \text{const} = 0{,}495$, что характерно для элементов из слабосжимаемых эластомеров с достаточно развитой свободной поверхностью.

Решение связанной задачи (1-12) позволяет после конкретизации входящих в нее величин рассчитать поля напряжений и температур, а также комплексный параметр $\tilde{\beta}_n = \beta' + i\beta''$ согласно формулам:
для призматических элементов

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_n &= \frac{\tilde{E}_k}{E_0} = \ell^{-1}\int_0^{\ell} \frac{\sigma_{yy}(x,h)dx}{E_0 \varepsilon_0} \\ \tilde{\beta}_\tau &= \frac{\tilde{G}_k}{G_0} = \ell^{-1}\int_0^{\ell} \frac{\tilde{\sigma}_{xy}(x,h)dx}{G_0 \gamma_0} \end{aligned} \tag{13}$$

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

для цилиндрических элементов

$$\widetilde{\beta}_n = 2\left(R^2 - R_0^2\right)^{-1} \int_{R_0}^{R} \frac{r\widetilde{\sigma}_{zz}(r,h)dr}{E_0\varepsilon_0}$$
$$\widetilde{\beta}_\tau = \frac{1}{S}\int_S \frac{t_x dS}{G_0\gamma_0}, \quad t_x = \sigma_{zr}\cos\theta' - \sigma_{z\theta}\sin\theta', \tag{14}$$

где индексы n, τ отвечают соответственно сжимающим и сдвигающим усилиям;

S – площадь приложения нагрузки;

G_0, E_0 – некоторые отсчетные модули:

$$G_0 = \widetilde{G}_L(\omega,\theta_0), \quad E_0 = \widetilde{E}_L(\omega_0,\theta_0),$$
$$\varepsilon_0 = u_0(y,z)/h, \quad \gamma_0 = u_{0x}/h.$$

Параметры типа $\widetilde{\beta}$ являются самыми удобными для исследований. Они безразмерны, при фиксированном значении коэффициента Пуассона ν зависят только от геометрии элемента и являются его универсальной характеристикой. Ранее для них часто используется название фактор формы или коэффициент ужесточения. Коэффициенты $\widetilde{\beta}$ дают исчерпывающую информацию о механическом поведении элементов, поскольку в полной мере характеризуют кажущиеся модули накопления и потерь

$$\widetilde{E}_k = \widetilde{\beta}_n E_0, \quad \widetilde{G}_k = \widetilde{\beta}_\tau G \quad \text{или} \quad E_k^{',''} = \beta_n^{',''} E_0, G_k^{',''} = \beta_\tau^{',''} G_0, \tag{15}$$

определяют коэффициенты жесткости элементов в зависимости от амплитуды нагружения через амплитудно-зависимые модули $\widetilde{E}_k$, $\widetilde{G}_k$

$$\widetilde{C}_n = \widetilde{E}_k \cdot S/H, \quad \widetilde{C}_\tau = \widetilde{G}_k \cdot S/H. \tag{16}$$

Коэффициенты $\widetilde{\beta}$, включая в себя также информацию о конструкционном выполнении элементов, являются, таким образом, конструктивно-деформационным параметром, характеризующим деформационные свойства элементов.

В работе [14] проведено обоснование универсальных параметров типа β как объектов исследования, однозначно определяющих все характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом деформировании.

Расчет $\widetilde{\beta}$ производится по формулам (13-14) путем решения задачи (1-11) методом типа переменных параметров упругости в сочетании с МКЭ при конкретизации (9), (10), (12) свойствами модельной резины [3, 9], обладающей существенной нелинейностью в области малых деформаций ($0 \le \gamma \le 0{,}15$). Значения геометрических размеров варьируются в пределах $0{,}2 \le y = h/\ell \le 1$; $0{,}2 \le z_0 = h/R \le 1$. Данные

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

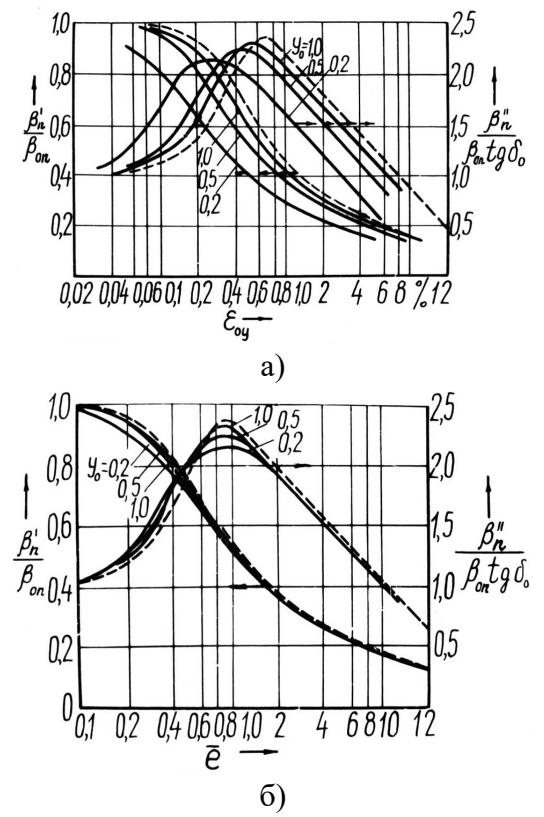
экспериментальных исследований (12) обобщаются на случай многоосной деформации с помощью соотношения $e = \gamma / \sqrt{2}$ [3, 15]

$$F^{',''}(e) = G^{',''}(\sqrt{2}e) / G_L^{',''}.$$

Основные результаты расчета параметров $\widetilde{\beta}$ отражены на примере плоских призматических элементов сжатия и приведены на рис. 3 [14]. Значения $\beta_n^{',''}$, определенные по формуле (13), отнесены к значениям параметра β_{0n}, полученного в рамках соответствующей линейной задачи: $F^{',''}(0) = 1$, $\operatorname{tg}\delta_0 = G''/G'_0$, $\widetilde{G} = G_0$.

При этом кривые, отвечающие разным соотношениям размеров y_0, смещены относительно друг друга и экспериментальных данных (штриховые линии), отвечающих однородному НДС в соответствии с нелинейными зависимостями Пейна. Типичный для практики эксплуатации элементов в вибрационных машинах случай $y_0 \le 1$ характеризуется трансформацией кривых относительно базовых (рис. 2,а) путем горизонтального сдвига в сторону низких деформаций и некоторого вертикального смещения, что объясняется отличием НДС от однородного. В работе [14] установлена возможность такого совмещения кривых β'_n/β_{0n} и $\beta''_n/(\beta_{0n}\operatorname{tg}\delta_0)$ и для различных y путем модификации масштаба оси деформации введением параметра среднеобъемной интенсивности амплитуд деформаций $\bar{e}$. Данные, приведенные на рис. 2, б, показывающие результат такого приведения, отражают тем самым сущность принципа конструктивно-деформационной аналогии. Указанные закономерности справедливы для силовых элементов базовых форм при сжатии, сдвиге, комбинированном нагружении и для резин с другим характером физической нелинейности [14].

Анализ полученных расчетных данных позволяет записать приближенные выражения для компонент параметра $\widetilde{\beta}$ в виде



а) в зависимости от амплитуды деформации ε_{0y} и соотношения размеров y_0; б) те же кривые, приведенные к среднеобъемной интенсивности деформаций $\bar{e}$

Рис. 3 – Механические характеристики плоских элементов сжатия

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

$$\beta_n^{',''} = 2(1+\nu)\beta_{0n} G_L^{',''}(\omega,\theta_0) F^{',''}(\bar{e}) / G_0 , \quad (17)$$

$$\beta_\tau^{',''} = \beta_{0\tau} G_L^{',''}(\omega,\theta_0) F^{',''}(\bar{e}) / G_0, \quad (18)$$

где параметры β_{0n}, $\beta_{0\tau}$ соответствуют элементам из линейно-упругих материалов;

$\bar{e}$ – среднеобъемное значение интенсивности деформации в элементах;

$F^{',''}$ – значения функций, вычисленные при аргументе $\bar{e}$, зависящем от вида напряженного состояния, соотношения геометрических размеров и отвечающие условиям $F^{',''}(0)=1$.

Таким образом, относительно параметров типа $\tilde{\beta}$ установлен принцип конструктивно-деформационной аналогии, позволяющий описывать жесткостные параметры (15-18) с учетом амплитудных зависимостей механических свойств резины и геометрических размеров элементов путем использования единого параметра $\bar{e}$.

Погрешность формулы (17) по сравнению с данными, получаемыми МКЭ, не более 2 % для $y_0 \le 0{,}8$, для y_0 и $z_0 \ge 0{,}2$ [7] серии кривых совмещаются с погрешностью не более 10 % в единые линии, определяемые амплитудной зависимостью модулей G' и G'' и линейным параметром β_{0n}.

С использованием полученных приближенных соотношений может быть вычислена диссипативная функция $\overline{D}'$ согласно (3), использующая в качестве амплитудного аргумента среднеобъемную интенсивность $\bar{e}$. Диссипативная функция является основой для расчета максимальной температуры диссипативного разогрева, а также для оценки долговечности элементов, так как в качестве критерия разрушения используется энергетический критерий диссипативного типа [16].

При построении соответствующих приближенных формул, кроме сделанных выше, принимаются следующие допущения, отражающие специфику эксплуатации элементов в машинах: вся энергия, диссипируемая в материале, расходуется на два процесса: теплообразование и изменение структуры материала, ведущие к разрушению; свойства материала не зависят от температуры, влияние тепловых напряжений на температуру саморазогрева незначительно; температурное поле стационарно, изменение температуры в течение цикла незначительно.

При расчете максимального значения температуры диссипативного разогрева принимается также, что температура на торцах эле-

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

ментов поддерживается постоянной и равной температуре окружающей среды, боковая поверхность элементов теплоизолирована. Последнее допущение справедливо для элементов, торцы которых находятся в контакте с металлом: при моделировании теплообмена между резиной и окружающей средой законом Ньютона коэффициент теплообмена на торцах (резина – металл) почти на два порядка больше, чем на боковой поверхности (резина-воздух).

При сделанных предположениях тепловая задача отделяется из общей схемы расчета и приобретает вид

$$k\theta_{\max,zz} = -D \cdot \eta_T, \quad \theta|_{r=\pm h} = \theta_c, \quad \alpha_1 = \infty, \quad \alpha_2 = 0, \tag{19}$$

где D – усредненная по объему диссипативная функция $D = \int\limits_V \overline{D} dV$;

η_T – коэффициент тепловых потерь [17].

Для процессов усталостного разрушения, характеризующихся установившимся полем температур, значение η_T – принимается постоянным, и критерий разрушения диссипативного типа [2, 8] переписывается в виде [16]

$$\int\limits_0^{t^*} \frac{D(\omega, \overline{e}, t)(1-\eta_T)dt}{\Delta U_p^*(\theta)} = 1, \tag{20}$$

$$t^* = \frac{\Delta U_g^*}{D} \tag{21}$$

где t^* – время разрушения, отвечающее зарождению усталостных трещин;

ΔU_p^* – критическое значение энергии разрушения $\Delta U_g^* = \dfrac{\Delta U_p^*}{1-\eta_T}$.

Выражения (19), (20) легко разрешаются относительно $\theta_{\max}$ и t^* соответственно граничным условиям, условиям нагружения и конструктивным особенностям элементов.

5.3 Расчет жесткостных параметров элементов

Последовательность вычислений следующая:

а) определяются линейные параметры $\beta_{0\tau}$ и $\beta_{0\tau}$ в зависимости от геометрии элементов по приведенным ниже аппроксимационным формулам или таблицам.

Для призматических элементов [3]

$$\beta_{0\tau} = 1 - 0{,}234h/\ell \tag{22}$$

где ℓ – длина стороны, вдоль которой осуществляется сдвиг;

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

$$\beta_{0n} = \frac{\pi\left[36 + \pi^2\left(\alpha^2 + \beta^2 + \frac{\pi}{48}\alpha^2 \cdot \beta^2\right)\right]}{6\left[48 + \pi^2\left(\alpha^2 + \beta^2\right)\right]}, \tag{23}$$

где b – ширина элемента;

$\alpha = 1/h$, $\beta = b/h$.

Формула (22) при $h < \ell$ с точностью не ниже 3 % может быть использована для вычисления жесткости при сдвиге в случае трехмерной и плоской задачи, так как при сдвиге резиновый массив в виде параллелепипеда деформируется практически плоско [3, 16]. Погрешность формулы (23) при $h \le \ell \le 20h$ не превышает 1 % [3, 18].

В случае плоской задачи о сжатии БРМ в области малых деформаций могут быть использованы точные решения соответствующих граничных задач. Значение коэффициентов ужесточения $\beta_{0\tau}$, β_{0n}, полученные в соответствии с [3, 12] приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты ужесточения β_{0n} и $\beta_{0\tau}$ призматических резиновых элементов (плоская задача)

Коэффициенты ужесточения	Соотношение размеров $y_0 = h/\ell$,										
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	5,0
$\beta_{0\tau}$	33,8	9,37	4,91	3,37	2,67	2,29	2,07	1,92	1,82	1,75	1,40
β_{0n}	0,98	0,95	0,93	0,91	0,88	0,86	0,84	0,81	0,79	0,76	–

Для сплошных цилиндрических элементов [19]

$$\beta_{0\tau} = 1 - \frac{h}{2D}, \tag{24}$$

$$\beta_{0n} = 1{,}05 + \frac{1}{16} \cdot \frac{D^2}{h^2}, \quad D \ge 2h, \tag{25}$$

где $2h$ – высота элемента;

D – диаметр элемента.

Для коэффициента β_{0n} в [11] приведен ряд соотношений, полученных различными авторами

$$\beta_{0n} = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{\sqrt{6}} \cdot \mathrm{th}\frac{\sqrt{6}}{\rho}}; \tag{26}$$

$$\beta_{0n} = 1 + 0{,}413\rho^2; \tag{27}$$

$$\beta_{0n} = 0{,}92 + 0{,}5\rho^2 \tag{28}$$

$$\beta_{0n} = 1 + \frac{\pi^2}{24}\rho^2, \quad \rho = \frac{R}{2h}. \tag{29}$$

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Погрешность приведенных формул можно оценить сравнением с результатами расчета точными методами [3] (табл. 2), которые имеют [19] достаточно близкую аппроксимацию (25). Сравнительный анализ результатов, приведенных в табл. 2, показывает, что наименьшую погрешность на всем интервале изменения $z_0 = h/R$ имеет формула (25).

Таблица 2 – Коэффициент ужесточения β_{0n} сплошных цилиндрических элементов при сжатии

Номер формулы	$z_0 = h/R$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Точный метод	13,10	4,03	2,37	1,81	1,54	1,40	1,32	1,26	1,23	1,20
(26)	13,70	4,32	2,58	1,96	1,66	1,51	1,41	1,34	1,29	1,26
(27)	11,32	3,58	2,15	1,65	1,41	1,29	1,21	1,16	1,13	1,10
(28)	13,42	4,04	2,31	1,70	1,42	1,27	1,17	1,20	1,07	1,04
(29)	11,28	3,57	2,14	1,64	1,41	1,20	1,21	1,16	1,13	1,10
(25)	13,55	4,18	2,44	1,83	1,55	1,40	1,31	1,25	1,20	1,18

Для полых цилиндрических элементов [14]

$$\beta_{0\tau} = \left[1 + \left(0{,}336 + 1{,}15\varepsilon_0^{1,72}\right)\cdot z_0^{1,16}\right]^{-1}, \tag{30}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{R_0}{R}, \qquad z_0 = \frac{h}{R},$$

$$1 \le z_0^{-1} \le 10, \quad 0 \le \varepsilon_0 \le 0{,}5,$$

где $2h$ – высота элемента;

R_0, R – внутренний и внешний радиусы элемента.

Коэффициенты ужесточения $\beta_{0\tau}$ при сдвиге полого цилиндра, рассчитанные точными методами [3, 14], приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Коэффициенты ужесточения $\beta_{0\tau}$ для полых цилиндрических элементов

ε_0	$1/z_0$					
	1	2	3	4	5	6
0	0,723	0,875	0,920	0,952	0,966	0,975
0,1	0,715	0,867	0,915	0,949	0,964	0,973
0,3	0,670	0,828	0,890	0,935	0,955	0,967
0,5	0,610	0,760	0,841	0,910	0,939	0,955
0,7	0,552	0,651	0,736	0,845	0,898	0,927

В интервале $1 \le z_0 \le 10$ и $0 \le \varepsilon_0 \le 0{,}5$ погрешность (30) не превышает 4 %, а для $\varepsilon_0 = 0{,}7$ – не более 8 %. Уменьшение значения $\beta_{0\tau}$ для сравнительно высоких элементов объясняется изгибом, проявляющимся с увеличением относительной высоты h/R_0 [14].

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Коэффициенты ужесточения β_{0n} при сжатии полых цилиндрических элементов, рассчитанные по формулам (14) с использованием точных методов [3], приведены в таблицах 4 и 5.

Таблица 4 – Коэффициент ужесточения β_{0n} для полых цилиндрических резиновых деталей

ε_0	z_0^{-1}									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	9,219	3,488	2,239	1,757	1,523	1,392	1,311	1,258	1,220	1,192
0,2	7,020	2,912	2,038	1,675	1,484	1,370	1,297	1,247	1,211	1,184
0,3	5,526	2,495	1,865	1,594	1,442	1,345	1,279	1,233	1,200	1,175
0,4	4,361	2,180	1,727	1,524	1,401	1,319	1,261	1,219	1,187	1,164
0,5	3,427	1,934	1,615	1,463	1,363	1,292	1,240	1,202	1,174	1,152
0,6	2,691	1,743	1,526	1,409	1,326	1,264	1,218	1,183	1,158	1,138
0,7	2,135	1,596	1,450	1,358	1,288	1,233	1,191	1,160	1,138	1,121
0,8	1,747	1,482	1,381	1,304	1,239	1,190	1,155	1,131	1,113	1,100
0,9	1,492	1,374	1,291	1,215	1,160	1,126	1,104	1,090	1,080	1,073

Таблица 5 – Коэффициенты ужесточения β_{0n} для полых цилиндрических резиновых деталей

ε_0	z_0^{-1}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,01	1,20	1,54	2,12	22,94	4,01	5.32	6,86	8,65	10,70	12,90
0,05	1,20	1,54	2,10	2,86	3,83	4,96	6,26	7,72	9,32	11,10
0,10	1,19	1,52	2,03	2,70	3,49	4,40	5,42	6,56	7,83	9,22
0,15	1,19	1,50	1,96	2,52	3,18	3,92	4,77	5,73	6,79	7,98
0,20	1,18	1,48	1,89	2,36	2,91	3,54	4,26	5,08	6,00	7,02
0,25	1,18	1,46	1,82	2,22	2,69	3,22	3,84	4,54	5,34	6,22
0,30	1,18	1,44	1,75	2,10	2,50	2,95	3,48	4,08	4,76	5,53
0,35	1,17	1,42	1,70	1,99	2,33	2,72	3,16	3,68	4,26	4,91
0,40	1,16	1,40	1,64	1,90	2,18	2,51	2,89	3,32	3,81	4,36
0,45	1,16	1,38	1,60	1,81	2,05	2,32	2,64	3,00	4,41	3,87
0,50	1,15	1,36	1,56	1,74	1,93	2,16	2,42	2,72	3,05	3,43
0,55	1,15	1,34	1,52	1,67	1,83	2,01	2,22	2,46	2,73	3,04
0,60	1,14	1,33	1,48	1,61	1,74	1,89	2,05	2,24	2,45	2,69
0,65	1,13	1,31	1,45	1,56	1,66	1,78	1,91	2,05	2,21	2,39
0,70	1,12	1,29	1,42	1,51	1,60	1,68	1,78	1,88	2,00	2,14
0,75	1,11	1,27	1,39	1,47	1,54	1,60	1,67	1,75	1,83	1,92
0,80	1,10	1,24	1,35	1,43	1,48	1,53	1,58	1,63	1,89	1,75
0,85	1,09	1,21	1,31	1,38	1,43	1,47	1,50	1,54	1,57	1,61
0,90	1,07	1,16	1,26	1,32	1,37	1,41	1,40	1,44	1,47	1,49
0,95	1,05	1,09	1,15	1,20	1,27	1,31	1,23	1,27	1,30	1,33

При произвольном комбинированном нагружении используются приведенные выше соотношения (22)-(25), (30);

б) определяется среднеобъемная интенсивность $\bar{e}$ в элементах в зависимости от вида нагружения и геометрии элементов по формулам:

при произвольном комбинированном нагружении

$$\bar{e} = \left[\varepsilon_{0x}^2 \beta_{0\tau} + 2(1+\nu)\beta_{0n}\varepsilon_{0y}^2\right]^{1/2}; \tag{31}$$

при комбинированном нагружении с одной фазой возбуждения (угол приложения нагрузки равен φ)

$$\bar{e} = \frac{u_0}{H}\left(\beta_{0n}\cos^2\varphi + \frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)}\sin^2\varphi\right), \tag{32}$$

где u_0 – смещение элемента в направлении действия силы;

$H = 2h$;

при сжатии и сдвиге соответственно

$$\bar{e} = \varepsilon_{0y}\sqrt{(1+\nu)\beta_{0n}}, \quad \bar{e} = \varepsilon_{0x}\sqrt{\frac{\beta_{0\tau}}{2}} \tag{33}$$

в) вычисляются экспериментальные зависимости $G^{',''}(\gamma)$ при $\gamma = \bar{e}\sqrt{2}$ и с их использованием жесткостные параметры типа β в виде: для призматических и цилиндрических элементов при комбинированном нагружении сдвиг-сжатие

$$\beta_n^{',''} = 2(1+\nu)\beta_{0n}G^{',''}(\omega,\theta_0,\bar{e})/G_0, \quad \beta_\tau^{',''} = \beta_{0\tau}G^{',''}(\omega,\theta_0,\bar{e})/G_0, \tag{34}$$

$$E_k^{',''} = \beta_n^{',''}E_0, \quad G_k^{',''} = \beta_\tau^{',''}G_0, \quad G^{',''}(\omega,\theta_0,\bar{e}) = G_L^{',''}(\omega,\theta_0)F^{',''}(\bar{e}), \tag{35}$$

где значения $\bar{e}$ определены выше;

$G_L^{',''}$ – сдвиговые модули линейной теории.

Коэффициенты жесткости $\widetilde{C}_n$ и $\widetilde{C}_\tau$ рассчитываются согласно (16). Все остальные частные случаи гармонического нагружения описываются зависимостями типа (34), (35), при этом при комбинированном нагружении с фиксированной фазой возбуждения согласно [20]

$$\beta^{',''} = \beta_o G^{',''}(\omega,\theta_0,\bar{e}), \quad E_k^{',''} = 2(1+\nu)\beta_0 G^{',''}(\omega,\theta_0,\bar{e}), \tag{36}$$

$$\beta_0 = \beta_{0n}\cos^2\varphi + \frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)}\sin^2\varphi, \quad \bar{e} = \bar{\varepsilon}_0\left[(1+\nu)\beta_0\right]^{1/2}, \tag{37}$$

где $\bar{\varepsilon}_0 = u_0/H$ – амплитуда перемещения;

φ – угол между направлением действующей силы и нормалью к поверхности торца.

Пересчет от параметров $\widetilde{\beta}_\tau$, полученных при сдвиге, к параметрам $\widetilde{\beta}_n$, характеризующим сжатие, и наоборот, что позволяет значительно сократить объем экспериментальных исследований, может быть выполнен при одинаковых значениях средней интенсивности деформации в элементах

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

$$\varepsilon_{\binom{0y}{0x}}\left[(1+\nu)\beta_{0n}\right]^{\frac{1}{2}} = \varepsilon_{0x}\left(\frac{\beta_{0\tau}}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

по формуле [8]

$$\frac{\beta_n^{',''}}{\beta_{0n}} = \frac{\beta_\tau^{',''}}{\beta_{0\tau}}.$$

Таким образом, если известен коэффициент β'_τ при сдвиге ε_{0x}, то можно рассчитать величину β'_n при деформации сжатия ε_{0y}

$$\varepsilon_{0y} = \varepsilon_{0x}\left(\frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)\beta_{0n}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

в соответствии с формулой

$$\beta'_n = \beta'_\tau \frac{\beta_{0n}}{\beta_{0\tau}}.$$

Для элементов цилиндрической формы все расчетные формулы аналогичны приведенным выше (34-37), но используют данные $\widetilde{\beta}_n$ и $\widetilde{\beta}_\tau$, отвечающие упругим цилиндрам.

Область применения приближенных соотношений (22-25), (30-37):

y_0, $z_0 \geq 0{,}2$ с погрешностью менее 10 % при сжатии и

y_0, $z_0 \leq 0{,}8$ с погрешностью менее 2 % при сдвиге.

5.4 Расчет диссипативных параметров резиновых элементов

Усредненная по объему диссипативная функция D, максимальная температура диссипативного разогрева $\theta_{\max}$ и время разрушения элементов t^* определяются соответственно из формул

$$D = \frac{1}{V}\int_V \overline{D}dV = \omega \cdot G'_L(\omega,\theta_0,t)\cdot F''(\overline{e})\cdot \overline{e}^2; \tag{38}$$

$$\theta_{\max} = \theta_c + \frac{D\left(H^2 - z^2\right)}{(2k)}; \tag{39}$$

$$t^* = \frac{\Delta U_g^*}{D} = \frac{\Delta U_g^*}{\omega G''_L(\omega,\theta_0,t)\cdot F''(\overline{e})\cdot e^2}, \tag{40}$$

где z – изменяющееся по высоте значение координаты.

При сделанных выше допущениях процессы старения учитываются в (38-40) достаточно просто: вместо постоянных свойств материала подставляются их экспериментальные функции $G''(t)$.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Формулы (38-40) справедливы для элементов сжатия y_0, $z_0 \geq 0{,}5$ с погрешностью не более 10-12 % и для элементов сдвига $y_0 \leq 0{,}8$ с погрешностью не более 5 %.

Следует также отметить, что время разрушения t^*, вычисляемое из (40), нельзя полностью отождествлять со сроком службы элементов, так как последнее связывается со временем, в течение которого элемент выполняет свои функции. Тем не менее, время t^* свидетельствует о нарушении целостности детали, что приводит к изменению жесткостных параметров, появлению концентраторов напряжений, росту температуры и существенному ускорению процесса разрушения [8]. Значение t^* может быть использовано при назначении гарантийного ресурса элементов.

5.5 Обобщение результатов

Приведенные приближенные соотношения (31)-(35) построены для элементов базовых форм: призматической и цилиндрической, при указанных выше геометрических параметрах. Из общего характера соотношений следует, что они справедливы, по крайней мере, для элементов произвольных конфигураций с параллельными торцами, возбуждаемых сжимающей, сдвиговой или комбинированной нагрузками. Численные эксперименты подтверждают, что жесткостные параметры виброизоляторов со сложной формой свободной поверхности типа ВР также рассчитываются по приведенным выше формулам, при этом значения β_{0n} могут быть отнесены к произвольному сечению детали S, значение $\bar{e}$ определяются по формулам (31)-(33), где вместо β_{0n} и $\beta_{0\tau}$ используются, $\frac{\beta_{0nS}}{\alpha_S}$, $\frac{\beta_{0\tau S}}{\alpha_S}$, где $\alpha_S = \frac{V}{HS}$, V – объем элемента.

В таблице 6 приведены значения параметров жесткости для различных деталей типа ВР, использующихся при виброизоляции, например, конусных инерционных дробилок, конвейеров и других машин. Эти значения отнесены к среднему значению $S = \pi\left(R^2 - R_0^2\right)$.

Таблица 6 – Значения коэффициентов ужесточения β_{0n} ряда ВР

Тип ВР	Характерные размеры			β_{0n}
	R_0, м	R, м	H, м	
ВР-201	0,050	0,038	0,080	0,47
ВР-203	0,080	0,056	0,150	0,83
ВР-204	0,100	0,066	0,180	0,91
ВР-205	0,116	0,076	0,200	0,86
ВР-103	0,060	0,036	0.148	0,87

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Долговечность элементов также оценивается выражением (40), а значения максимальной температуры диссипативного разогрева для ВР не могут быть рассчитаны по формуле (39), так как эти детали обладают достаточно развитой свободной поверхностью, что не подтверждает гипотезы (19).

Полученные результаты по расчету параметров типа $\widetilde{\beta}$ и t^* обобщаются также на составные элементов. В частности, для цилиндрических слоистых резинометаллических элементов при сдвиге параметр жесткости $\widetilde{\beta}_{\tau_{экв.}}$ в случае полной идентичности слоев определяется выражением

$$\widetilde{\beta}_{\tau_{экв.}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_i)}} = \frac{\widetilde{\beta}_{\tau_i}(\gamma_i)}{n} = \frac{\widetilde{\beta}_{0\tau_i}}{n} \widetilde{F}(\gamma_i), \tag{41}$$

где n – количество слоев в элементе.

Если набор элементов производится слоями резины разной высоты $\widetilde{\beta}_{\tau_{экв.}}$ определяется аналогично (41)

$$\widetilde{\beta}_{\tau_{экв.}}(\gamma_1, \gamma_2, ...\gamma_n) = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_k)}}, \quad \sum_{k=1}^{n} \gamma_k = \gamma, \tag{42}$$

но уже в зависимости от деформаций γ_k, отличающихся для каждого слоя и определяемых системой уравнений

$$\begin{cases} \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + ... + \gamma_n h_n = u_{0x}, \\ \widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_1)\gamma_1 - \gamma_2 \widetilde{\beta}_{\tau}\gamma_2 = 0, \\ \widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_2)\gamma_2 - \widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_3)\gamma_3 = 0, \\ ... \quad ... \quad ... \quad ... \\ \widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_{n-1})\gamma_{n-1} - \widetilde{\beta}_{\tau}(\gamma_n)\gamma_n = 0. \end{cases}$$

Долговечность слоистых элементов при этом отождествляется с долговечностью слоя, обладающего наименьшим значением t^*, рассчитанного согласно (40). Аналогичные формулы имеют место для $\widetilde{\beta}_{n_{экв.}}$ при деформациях сжатия ε_i.

Все приведенные выше расчетные соотношения получены в предположении независимости свойств материала от температуры. В случае существования такой зависимости не удается получить существенного упрощения общей постановки задачи, частичное упрощение достигается за счет замены локальной температуры $\theta(\bar{x}_i)$ ее среднеобъемным значением $<\theta>_V$, которое может быть установлено

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

только после решения нелинейной связанной задачи термовязкоупругости.

При необходимости существенного расширения исследуемого диапазона частот используется математический аппарат, разработанный [8] применительно к конструкционным резинам, широко использующимся в машиностроении. Наряду с ядрами Работнова, являющимися теоретической основой в указанных разработках, практически с одинаковой погрешностью могут быть приняты ядра Колтунова, Ржаницына и др. [21].

При этом необходимо учитывать, что существенное изменение свойств $G_L^{',''}(\omega,\theta_0)$ для $\omega > 8$ Гц соответствует изменению ω на несколько порядков, т.е. в исследуемом диапазоне изменения частот можно принять

$$G_L^{',''}(\omega,\theta_0)=G_L^{',''}(\omega_0,\theta_0),$$

где $\omega_0 \in (8,50)$ Гц.

В заключение отметим, что возможность расчета механических характеристик элементов по динамическим свойствам материала позволяет решить и обратную задачу – по экспериментально измеренной жесткости элементов определить амплитудную зависимость компонент модуля сдвига G (при $\tilde{\nu} = \text{const}$). При этом в качестве образца для исследования могут быть использованы элементов практически любой формы, свойства конструкции учитываются параметрами β_{0n} и $\beta_{0\tau}$. Из существующих стандартных элементов рекомендуются для испытаний резинометаллические блоки типа БРМ-101, так как для них в силу особенностей их конфигурации (закругленность торцов) $\beta_{0\tau} \sim 1$ допускаются деформации сдвига до 30 %.

Полученные аналитические выражения могут быть использованы для определения рациональных конструктивных и эксплуатационных параметров элементов с заданной долговечностью, а также марки резины на базе температурного критерия разрушения [22]

$$\theta_{\max} \le \theta_{доп.}, \tag{43}$$

где $\theta_{доп.}$ = (60÷70) °С для резин на основе НК и СКИ каучуков.

В частности, выбрав предварительно тип резины (из опыта, эксплуатации элементов известно, что для основных упругих связей вибрационных машин, работающих при больших деформациях, используется в основном резина типа 51-1562, для виброизоляторов – резина типа 2959), можно определиться со значением ΔU_g^* при заданных t^*. В соответствии с (38)-(40)

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

$$D \le \frac{\Delta U_g^*}{t^*}$$

и при этом

$$D \le \frac{2\theta_{\max} k}{H^2}, \qquad (44)$$

где $\theta_{\max}$ = 60 °С в соответствии с (43);

$k = k_0 + 0{,}22\,(C'/100)$ – теплопроводность резины;

k_0 – теплопроводность ненаполненного вулканизата;

$C'/100$ – количество технического углерода в мас.частях.

Определив таким образом D, на основании (44) получаем выражение для максимально допустимой высоты элемента

$$H \le \left(\frac{2\theta_{\max} k}{D}\right)^{1/2}$$

и условий нагружения

$$\omega G_L'' F''(\bar{e})\bar{e}^2 \le D,$$

при этом нужно учитывать также ограничения, связанные с допускаемыми деформациями элементов [1, 2, 5]:

$\varepsilon_{0x} \le 0{,}25 \div 0{,}35$; $\varepsilon_{0y} \le 0{,}1 \div 0{,}15$ – для слабонаполненных резин;

$\varepsilon_{0x} \le 0{,}10 \div 0{,}15$; $\varepsilon_{0y} \le 0{,}05 \div 0{,}1$ – для средненаполненных резин.

Остальные геометрические размеры элементов уточняются на основании требований необходимой несущей способности и требуемых жесткостных параметров.

6 ВЫВОДЫ

Приведенные в статье основные результаты расчета параметров $\tilde{\beta}$ отражены на примере силовых элементов базовых форм (призматической и цилиндрической) при сжатии, сдвиге, комбинированном нагружении, достаточно просто обобщаются на другие конфигурации и составные элементов. Результаты обобщены в виде справочных таблиц, даны их аналитические аппроксимации.

Параметры β являются универсальными параметрами, однозначно определяющими все механические характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом нагружении с учетом физической нелинейности материала. При этом зависимости механических характеристик от амплитуды деформации и соотношения размеров выражаются посредством единого параметра – среднеобъемной интенсивности амплитуд деформаций $\bar{e}$. Все выражения для определения механических характеристик представлены в замкнутой аналитической форме и с достаточной точностью.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

Это позволяет использовать $\tilde{\beta}$ параметры (и метод их определения $\tilde{\beta}$-метод) при обосновании рациональных параметров и марки резины силовых элементов с заданными жесткостными свойствами и долговечностью. Такие резиновые детали используются в вибрационных машинах, работающих в различных отраслях промышленности, а также в разнообразных системах вибро- и сейсмозащиты.

Изложенный метод является перспективным и в дальнейшем может быть обобщен на задачи механики разрушения массивных металлорезиновых систем: определение локальной долговечности, определение очагов разрушения и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Элементы конструкций вибрационных транспортно-технологических машин / Потураев В.Н. и др. – Киев: Наук. думка, 1984. – 124 с.
2. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
3. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / Потураев В.Н., Дырда В.И., Карнаухов В.Г., Сенченков И.К., Козлов В.И., Мазнецова А.В. – Киев: Наук. думка, 1967. – 268 с.
4. Потураев В.Н. Резиновые и резинометаллические детали машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 300 с.
5. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Машгиз, 1956. – Т.2. – 974 с.
6. Лавендел Э.Э. Расчет резинотехнических изделий. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
7. Дымников С.И. и др. Прикладные методы расчета изделий из высоко-эластичных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 238 с.
8. Потураев В.Н., Дырда В.И., Круш И.И. Прикладная механика резины. - Киев: Наук.думка, 1980. - 260 с.
9. Payne A.R. Histeresis in rubber vulcanisates. 117 Polim. Sci. Symp. - 1974. – N 48. - P. 169-106.
10. Gobel E.F. Gummifedern. - Berlin: Springer, 1945.
11. Горелик Б.М. Цилиндрические резинометаллические амортизаторы. - М.: ЦНИИТЭнефтехим. – 1989. – 68 с. (Производство РТИ и АТИ: Тем. обзор).
12. Сенченков И.К., Шевченко А.Ю., Мазнецова А.В. Справочные коэффициенты жесткости призматических и цилиндрических виброизоляторов при сжатии и сдвиге // Вопросы динамики и прочности. –1987. – Вып. 48. – С.23-28.
13. Dean G.D., Duncan J.C., Jonson A.F. Determination of nonlinear dynamic properties of carbon-filled rubber // Polym. Test. - 1984. – N 4. - P. 225-249.
14. Мазнецова А.В. Разработка прикладных методов расчета силовых резиновых деталей горных вибрационных транспортных машин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06/ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск. – 1990. – 17 с.
15. Расчет стационарных колебаний и диссипативного разогрева нелинейных вязкоупругих тел при периодическом нагружении / Сенченков И.К., Дырда В.И., Козлов В.И., Терещенко О.П., Мазнецова А.Б. // Прикладная механика. – 1986. – 22, № 6. – С.49-55.
16. Мазнецова А.В. Прогнозирование локальной долговечности резинометаллических элементов горных машин; АН УССР. ИГТМ. – Днепропетровск. – 1987. – 9 с. – Деп. в ВИНИТИ 24.07.87.
17. Дырда В.И., Голуб Г.Н. Определение соотношения тепловых и механических потерь в резине; АН УССР. ИГТМ. – Днепропетровск, 1982. – 7 с. – Деп. в ВИНИТИ 03.03.82,

 © ИГТМ НАН Украины, 2003

№ 1952 – 82.
18. Дырда В.И., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Расчет силовых резинотехнических изделий, используемых в горном машиностроении // Производство РТИ и АТИ. – М.: ЦНИИТ Энефтехим, 1991. – Вып. 2.- 62 с.
19. Расчет слоистых резинометаллических виброизоляторов / В.И. Дырда, Г.Н. Голуб, А.В. Мазнецова, М.В. Мажаров; ИГТМ АН Украины. – Днепропетровск, 1989. – 11 с. – Деп. в ВИНИТИ 22.11.89, № 6987-В89.
20. Сенченков И.К., Червинко О.П., Козлов В.И. Жесткость и разогрев нелинейно-вязкоупругой призмы при комбинированном нагружении сжатия-сдвига // Прикл. механика. – 1968. – 24, № 12. – С. 65-71.
21. Описание вязкоупругого поведения резиновых элементов при конечных деформациях / В.И. Дырда, А.А. Адамов, З.И. Селиванов, А.В. Мазнецова; ИГТМ АН УССР. – Днепропетровск, 1964. – 10 с. – Деп. в ВИНИТИ 25.01.85, № 746-85.
22. Мазнецова А.В. Использование температурного критерия при оценке долговечности резиновых деталей /ИГТМ АН Украины, – Днепропетровск, 1978. – 12 с. – Деп. в ВИНИТИ 14.01.76, № 389-78.
23. Дырда В.И., Сенченков И.К., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Универсальный конструкционно-деформационный параметр и β-метод в механизме деформирования резиновых деталей // Тр. II Международного симпозиума по механике эластомеров, июнь 1997 г. – Днепропетровск: Полиграфист, 1997. – С. 204-234.

УДК 625.142.42; 625. 143.5

Говоруха В.В.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЧНОСТИ УПРУГИХ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ СКРЕПЛЕНИЙ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ

Розглядаються проблеми розвитку рейкового транспорту та підвищення технічного рівня конструкції проміжного рейкового скріплення.

EXPERIMENTAL EXPLORATIONS OF THE STRENGTH INDEXES OF ELASTIC INTERMEDIATE FASTENINGS OF A RAIL ROAD

The problems of a development of a rail transport and heightening of a technological level of a construction of an intermediate rail fastening are considered.

Развитие трансъевропейской сети играет важную роль в формировании систем транспортных перевозок. В связи с этим повышение качества работы путевого хозяйства оказывает содействие возрастанию конкурентоспособности железных дорог и влияет на технико-экономические показатели работы области.

Для решения этих важных вопросов уделяется большое значение развитию путевого хозяйства и повышению технического уровня колеи к европейским стандартам для обеспечения скоростного движения поездов, увеличения пропускной и провозной возможности железных дорог.

 © ИГТМ НАН Украины, 2003